



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ "LOUIS FUNAR"
16 noiembrie 2019
Barem de corectare


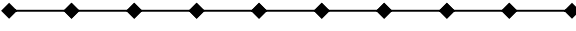

Clasa a-IV-a

- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- SUBIECTUL I
- Se punctează doar rezultatul, astfel : pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
 - Nu se acordă punctaje intermediare.
- SUBIECTUL al II- lea
- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
 - Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limita punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I - 50 puncte

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c)	b)	b)	d)	c)	a)	d)	b)	d)	d)
5 p	5 p	5 p	5 p	5 p	5 p	5 p	5 p	5 p	5 p

SUBIECTUL al II- lea - 40 puncte

1.	Lalele: I-2, II-5, III-8, IV-11, V-14, VI-17, VII-20	5p
	Trandafiri :I-3, II-7, III-15, IV-27, V-43, VI-63, VII-87	5p
	$2+5+8+11+14+17+20=77$ lalele în 7 ani	4p
	$3+7+15+27+43+63+87=245$ trandafiri în 7 ani	4p
	$77+245=322$ flori	2p
2.	I nr.  II nr.  III nr. 	3p
	$16 - 9 = 7$ (segmente reprezintă diferența)	3p
	$119 : 7 = 17$ (un segment)	3p
	$17 \times 4 = 68$ (primul număr) => 67 – predecesorul nr. 68	3p
	$17 \times 9 = 153$ (al doilea număr) => 152 – predecesorul nr. 153	3p
	$17 \times 16 = 272$ (al treilea nr.) => 271 – predecesorul nr. 272	3p
$67 + 152 + 271 = 490$ (suma predecesorilor numerelor)	2p	



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ "LOUIS FUNAR"

16 noiembrie 2019

BAREM DE CORECTARE

CLASA A 5 –A

- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- SUBIECTUL I**
- Se punctează doar rezultatul, astfel : pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
 - Nu se acordă punctaje intermediare.
- SUBIECTUL al II- lea**
- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
 - Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limita punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I - 50 puncte

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c)	c)	a)	b)	a)	d)	d)	b)	a)	c)
5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p

SUBIECTUL al II- lea - 40 puncte

Problema 11 - 20 puncte

Rezolvare	Punctaj
Dacă numărul conține toate cifrele de la 1 la 9 cel puțin o dată, avem suma a 9 dintre cifre: $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 9 = 45$.	2p
Rezultă că suma celorlalte cifre este $2018 - 45 = 1973$	3p
Pentru a obține cel mai mic număr, trebuie să avem cât mai puține cifre, cât mai mari.	3p
Cum $1973:9$ dă câtul 219 și restul 2, vom folosi cifra 9 de încă 219 ori și cifra 2 încă o dată.	3p
Cel mai mic număr va fi $1022345678\underline{99\dots9}$ <small>220ori</small>	3p
Pentru a obține cel mai mare număr trebuie să avem cât mai multe cifre, prin urmare cât mai mici. Vom folosi cifra 1 de încă 1973 ori.	3p
Cel mai mare număr va fi $98765432\underline{11\dots10}$ <small>1974ori</small>	3p
TOTAL	20p



Problema 12 - 20 puncte

Rezolvare	Punctaj
$x^y \cdot x^z + x^y + x^z = 584$	2p
$x^y \cdot x^z + x^y + x^z + 1 = 585$	2p
$x^y \cdot (x^z + 1) + (x^z + 1) = 585$	2p
$(x^y + 1)(x^z + 1) = 585$	2p
Deoarece 585 este număr impar, deducem că cele două paranteze sunt numere impare și x este număr par.	
$585 = 3 \cdot 195 = 5 \cdot 117 = 9 \cdot 65 = 13 \cdot 45 = 15 \cdot 39$	2p
Putem avea:	
$\begin{cases} x^y + 1 = 3 \\ x^z + 1 = 195 \end{cases}; \begin{cases} x^y + 1 = 5 \\ x^z + 1 = 117 \end{cases}; \begin{cases} x^y + 1 = 9 \\ x^z + 1 = 65 \end{cases}; \begin{cases} x^y + 1 = 13 \\ x^z + 1 = 45 \end{cases}; \begin{cases} x^y + 1 = 15 \\ x^z + 1 = 39 \end{cases}$	2p
sau invers.	
Soluții naturale obținem numai pentru $\begin{cases} x^y + 1 = 9 \\ x^z + 1 = 65 \end{cases}$	2p
Găsim $x = 2, y = 3, z = 6$ sau $x = 2, y = 6, z = 3$ sau $x = 8, y = 1, z = 2$ sau $x = 8, y = 2, z = 1$.	4p
Soluții: 236, 263, 812, 821.	2p
TOTAL	20p



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ "LOUIS FUNAR"
16 noiembrie 2019

Barem de corectare clasa a VI-a

Subiectul I

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b)	a)	b)	d)	c)	c)	a)	d)	b)	d)

Subiectul II

11. Determinați restul împărțirii numărului $3^n + 2$ la 13, unde n este număr natural.

Deoarece $3^3 = 26 + 1 = \text{M}_{13} + 1$ vom distinge următoarele cazuri:

1) $n = 3k$; 2) $n = 3k + 1$; 3) $n = 3k + 2$ **2p**

1) $3^{3k} + 2 = (3^3)^k + 2 = 27^k + 2 = (26 + 1)^k + 2 = \text{M}_{13} + 1 + 2 = \text{M}_{13} + 3$ rezulta restul 3 **6p**

2) $3^{3k+1} + 2 = (3^3)^k \cdot 3 + 2 = 3 \cdot 27^k + 2 = 3 \cdot (26 + 1)^k + 2 = \text{M}_{13} + 3 + 2 = \text{M}_{13} + 5$ rezulta restul 5 **6p**

3) $3^{3k+2} + 2 = (3^3)^k \cdot 3^2 + 2 = 9 \cdot 27^k + 2 = 9 \cdot (26 + 1)^k + 2 = \text{M}_{13} + 9 + 2 = \text{M}_{13} + 11$ rezulta restul 11 **6p**

12. $\sphericalangle AOC = 180^\circ \Rightarrow \sphericalangle BOC = 30^\circ$ 2p

$\sphericalangle DOC = 90^\circ$ 2p

$\sphericalangle EOC = \sphericalangle FOD = 60^\circ$ 2p

$\sphericalangle EOD = 30^\circ$ 2p

Cazul I

Desen 2p

$\sphericalangle FOC = 30^\circ$ 2p

$\sphericalangle BOF = 60^\circ$ 2p

Cazul II

Desen 2p

$\sphericalangle FOC = 150^\circ$ 2p

$\sphericalangle BOF = 180^\circ$ 2p



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ "LOUIS FUNAR"
16 noiembrie 2019

Barem de corectare clasa a VII-a

Subiectul I

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c	b	a	a	c	b	d	d	a	b

Subiectul II

11.

a) $1^3 + 1^3 + 5^3 + 6^3 - 7^3 = 0$	3p
b) $1^3 + 1^3 + 5^3 + 6^3 = 7^3$	1p
$\left(\frac{1}{7}\right)^3 + \left(\frac{1}{7}\right)^3 + \left(\frac{5}{7}\right)^3 + \left(\frac{6}{7}\right)^3 = 1$	3p
$\left(\frac{1}{7}\right)^{2018} < \left(\frac{1}{7}\right)^3, \left(\frac{5}{7}\right)^{2018} < \left(\frac{5}{7}\right)^3, \left(\frac{6}{7}\right)^{2018} < \left(\frac{6}{7}\right)^3$	3p
$\left(\frac{1}{7}\right)^{2018} + \left(\frac{1}{7}\right)^{2018} + \left(\frac{5}{7}\right)^{2018} + \left(\frac{6}{7}\right)^{2018} < \left(\frac{1}{7}\right)^3 + \left(\frac{1}{7}\right)^3 + \left(\frac{5}{7}\right)^3 + \left(\frac{6}{7}\right)^3$	3p
$\left(\frac{1}{7}\right)^{2018} + \left(\frac{1}{7}\right)^{2018} + \left(\frac{5}{7}\right)^{2018} + \left(\frac{6}{7}\right)^{2018} < 1$	3p
$1^{2018} + 1^{2018} + 5^{2018} + 6^{2018} < 7^{2018}$	3p
$5^{2018} + 6^{2018} < 1^{2018} + 1^{2018} + 5^{2018} + 6^{2018} < 7^{2018}$	1p
TOTAL	20p

12. Se consideră trapezul $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $AB < CD$ și $AC \perp BD$. Dacă N este un punct oarecare pe segmentul OC , unde $\{O\} = AC \cap BD$ și P este intersecția perpendicularei din C pe DN cu dreapta BD , arătați că $NB \perp AP$.

Gazeta matematică – 2018

Barem:

$DN \perp CP$ (ip.) $CO \perp DP$ (ip.) } N

ortocentru în $\triangle CDP$ 4p

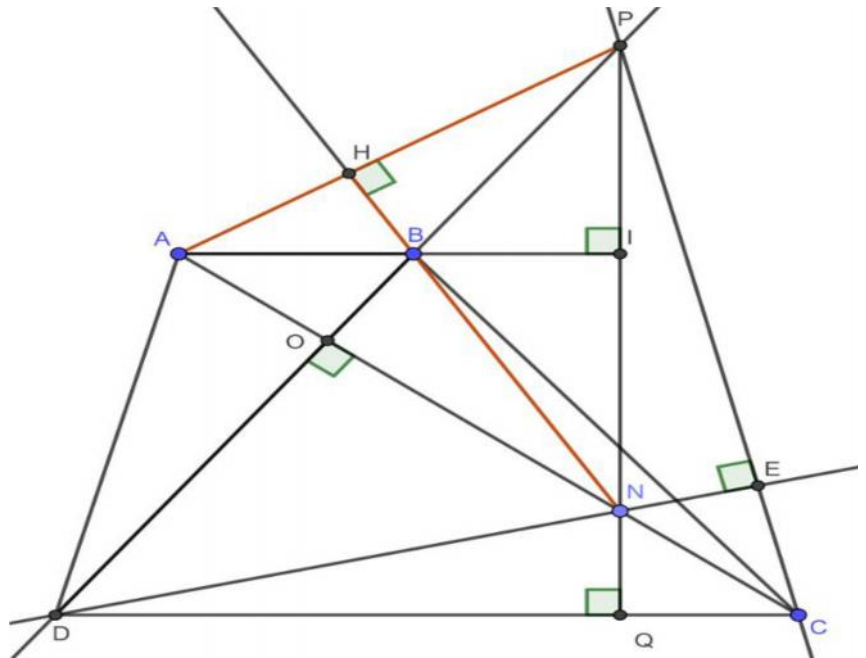
$\Rightarrow PN \perp CD$ 4p

$AB \parallel CD \Rightarrow AB \perp PN$ 4p

$PO \perp AN$ (ip.) $AB \perp P \Rightarrow B$ ortocentru în

$\triangle ANP$ 4p

$\rightarrow NB \perp AP$ 4p





CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ "LOUIS FUNAR"
16 noiembrie 2019

BAREM DE CORECTARE

CLASA A 8 –A

- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- SUBIECTUL I
- Se punctează doar rezultatul, astfel : pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.
- SUBIECTUL al II- lea
- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limita punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I - 50 puncte

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c)	b)	b)	a)	c)	a)	d)	c)	b)	a)
5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p

SUBIECTUL al II- lea - 40 puncte

Problema 11 – 20 puncte

Rezolvare	Punctaj
$(x + 2017)(x + 2019) = k^2, k \in \mathbb{Q}$	5p
$(x + 2017)(x + 2019) = [(x + 2018) - 1][(x + 2018) + 1] = (x + 2018)^2 - 1$	5p
$(x + 2018)^2 - 1 = k^2$ sau $(x + 2018)^2 - k^2 = 1$	3p
$(x + k + 2018)(x - k + 2018) = 1$	2p
Putem avea $x + k + 2018 = x - k + 2018 = 1$, de unde $x = -2017$	3p
Sau $x + k + 2018 = x - k + 2018 = -1$, de unde $x = -2019$ care nu convine problemei.	2p
TOTAL	20p



Problema 12 – 20 puncte

Rezolvare	Punctaj
Construim paralelogramul ABEC	5p
$AC \parallel BE, BD \perp AC \Rightarrow BD \perp BE \Rightarrow \triangle DBE$ dreptunghic în B	3p
$(BD) \equiv (AC) \equiv (BE) \Rightarrow \triangle DBE$ dreptunghic isoscel	3p
Din teorema lui Pitagora rezultă $DE = BD\sqrt{2} = AC\sqrt{2}$	3p
ABEC paralelogram $\Rightarrow AB = EC$	2p
Pentru punctele E, C, D avem: $EC + CD \geq DE \Rightarrow$	2p
$AB + CD \geq AC\sqrt{2}$	2p
TOTAL	20p